МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ САРАТОВСКОЙ ОБЛАСТИ.
ГАПОУ СО «МАРКСОВСКИИ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

Методическая разработка
Дисциплина «Математика»
Тема: « Кривые второго порядка»

Выполнила
преподаватель математики
Васильева Наталья Николаевна

2014-2015уч. год.

Тема: « Кривые второго порядка»

Цели: Познакомить учащихся с многообразием кривых второго порядка, углубить знания об окружности, дать понятие эллипса, изучить свойства и его каноническое уравнение; развивать геометрическую интуицию, пространственное воображение, изобразительные навыки, память, внимание, алгоритмическое мышление, умение применять знания при решении задач, творческое мышление, умение выполнять самостоятельно практическую творческую работу и делать выводы; воспитывать познавательный интерес к математике, желание экспериментировать, готовить учащихся к трудовой деятельности, умение работать в группе, стремление к самовыражению.

Тип урока: «Открытие новых знаний»

Техническое и методическое обеспечение: мультимедийный проектор, презентация « Кривые второго порядка», карточки с заданиями, формулы, рисунки окружности и эллипса, модели для получения эллипса (4 варианта), модели для получения циклоиды, кардиоиды, гипоциклоиды, оценочный лист.

План занятия

1. Организационный момент.
2. Этап мотивации (самоопределения) учебной деятельности.
3. Этап актуализации и пробного учебного действия.
4. Этап выявления места и причин затруднения.
5. Этап построения проекта выхода из затруднения.
6. Этап реализации построенного проекта.
7. Этап первичного закрепления с проговариванием во внешней речи.
8. Этап самостоятельной работы с самопроверкой по эталону.
9. Этап включения в систему знаний и повторения.
10. Этап рефлексии учебной деятельности.

Ход занятия

1. Организационный момент.

Когда полюбишь формул сочетанье,
Сухие цифры сразу оживут.
В них музыка, романтика, дерзанье,
Народов опыт и упорный труд.
И откровеньем станет теорема,
Светло и ясно открывая даль
И каждая задача, как поэма,
Которой сердце отдавать не жаль.

Добрый день, я рада вас видеть. Надеюсь, что мы с вами продуктивно поработаем, и вы сегодня узнаете много интересного.

Работать мы будем в группах. На столе лежит «Оценочный лист», впишите туда свои фамилии. В таблице 1 в первой строке порядковый номер вопроса к групповому заданию, во второй строке – ваша оценка ответа: «+», если ответили правильно, « - », если ответ неверный. По количеству правильных и неправильных ответов определяется оценка «Общего задания». Она заносится в таблицу 2 в графу «Общие задания». В графе «Индивидуальное задание» против своей фамилии каждый ставит оценку, которую он заработал, решая индивидуальные задачи. В конце урока, в графе «Групповая оценка» коллегиально выставляется оценка каждому студенту, согласно вкладу в общую работу. В графу «Самооценка» каждый студент ставит себе оценку сам, согласно «Индивидуальному оценочному листу». «Итоговая оценка» выставляется как среднее арифметическое всех оценок в конце урока.

2. Этап мотивации (самоопределения) учебной деятельности.

1) Начнём с кроссворда, он нам поможет определить тему урока. (Слайд 2)

2) Задание на развитие геометрической интуиции и пространственного воображения (Спираль Архимеда).

Пусть по радиусу равномерно вращающегося диска с постоянной скоростью ползёт муравей. Проползая вперед, он одновременно смещается в сторону вращения диска. Таким образом, путь муравья представляет некую кривую. Попробуйте её представить и изобразить. Эта кривая называется СПИРАЛЬ АРХИМЕДА. (Слайд 3)

3. Этап актуализации и пробного учебного действия

3) Мы изучили класс элементарных функций. Давайте вспомним, какие функции к ним относятся, и что вы знаете о них? (называются функции).

1 групповое задание.

На ваших столах лежат графики элементарных функций.

1) Покажите графики степенных функций с целым, положительным показателем (Слайд 4)

2)Какой график у степенной функции с целым, четным, отрицательным показателем. Что можно сказать о функции по графику? (четная, имеет точку разрыва, и т.д.). (Слайд 5)

3) Какой из графиков отражает степенную функцию с целым, нечетным, отрицательным показателем? Что можно сказать об этой функции? (нечетная, имеет точку разрыва, убывающая и т.д.) (Слайд 6)

4) Выберите графики показательных функций. Возрастает график функции с каким основанием? ($a>1$) (Слайд 7)

5) Логарифмические функции имеют какие графики? Какое основание должна иметь функция, чтобы быть убывающей? ($0<a<1$) (Слайд 8)

6) Покажите график тригонометрической ограниченной, нечетной функции? Какая это функция?(sinx) (Слайд 9)

7) Какая функция периодическая, но четная? (cosx)

8) Какие общие свойства имеют эти функции? (период 2π, ограничены сверху $y=1$, снизу $y=-1$)

9) Какой график функции $y = tgx$? Она возрастающая или убывающая? (возрастающая на интервале ($\pi n - \pi/2,\ \pi/2 + \pi n$), n €Z) Что можно сказать о ее четности? (нечетная) (Слайд 10)

10) По графику функции $y = ctgx$ определите свойства монотонности и четности этой функции (нечетная, убывающая).

4. Этап выявления места и причин затруднения.

Из множества элементарных функций мне хочется выделить функции, которые вы давно знаете, но не знаете, что они пришли из другого множества, более сложного и интересного. Окружность можно отнести к функции?(почему?) К какой категории линий ее можно отнести, и как ее описывать? Это кривая линия, которая аналитически выражается уравнением. Вам интересно узнать, что это за множество кривых и интересных линий? (Слайд 11)

5. Этап построения проекта выхода из затруднения.

Тогда приступаем к изучению *новой темы: «Кривые второго порядка».*

Как вы понимаете словосочетание «Кривые второго порядка»? (Слайд 12)

Постановка цели урока:

Что главное нам надо выделить при изучении этой темы? (о каких кривых идет речь, их графики, свойства и аналитический способ представления).

6. Этап реализации построенного проекта.

Кривые второго порядка описываются уравнениями второй степени с двумя переменными

1.Уравнение второй степени с двумя переменными (Слайд 13)

- Уравнение второй степени с двумя переменными определяет на плоскости кривую второго порядка и притом единственную.

$$Ax^2+2Bxy+Cy^2+2Dx+2Ey+F=0$$

- Чтобы составить уравнение кривой, нужно установить зависимость между координатами x и y произвольной точки, принадлежащей множеству точек плоскости, и параметрами (постоянными величинами, заданными в условии конкретной задачи) и записать эту зависимость в виде уравнения.

2. Окружность, ее уравнение и свойства.

Окружностью называется множество всех точек плоскости, равноудаленных от одной точки, называемой <u>центром.</u>

Пусть центром окружности является точка M(a;b), а расстояние до любой точки A(x;y) окружности равно R. (Слайд 14)

Согласно формуле расстояния между двумя точками имеем

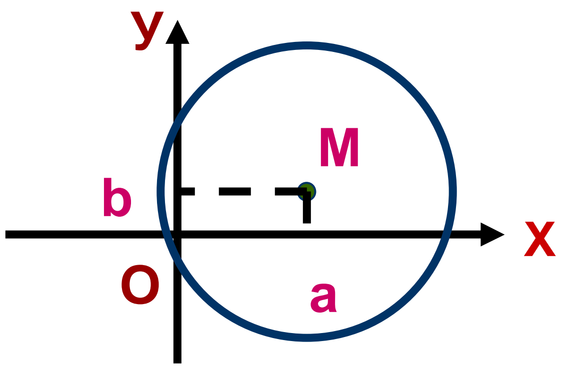
$$|MA|=\sqrt{(x_A-x_M)^2+(y_A-y_M)^2}$$

Подставив в это выражение координаты точек A и M и расстояние R, получим

$$R=\sqrt{(x-a)^2-(y-b)^2}$$

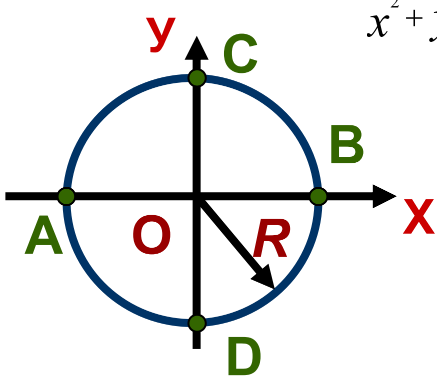
а) Если центр окружности расположен в т. M (a;b), то **каноническое уравнение** окружности будет иметь вид: (Слайд 15)

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$



б) Если центр окружности расположен в т. O(0,0), то **каноническое уравнение** окружности будет иметь вид: (Слайд 16,17)

$$x^2+y^2=R^2$$



в) Свойства:

1) Центр симметрии – в центре окружности;
2) Осей симметрии - бесконечное множество;
3) Точки пересечения с осями координат :A(-r;0), B(r;0).C(0;r),D(0;-r)

3. Решение задач (у доски с комментариями) (Слайд 18)

1) Определить координаты центра окружности и ее радиус, если каноническое уравнение имеет вид:

а) $x^2+y^2=25$ б) $(x-3)^2+(y+2)^2=16$

Ответ:а) т.O(0;0);R=5 б) т.A(3;-2);R=4

2) Составить уравнение окружности с центром в т.M(-4;1) и радиусом R=3

$$(x+4)^2+(y-1)^2=9$$

Ответ:

4. Решение задач по индивидуальным карточкам.

5. Эллипс, его уравнение и свойства.

<u>*2 групповое задание*</u>.

Исследовательская работа №1.

а) На каждом рабочем столе имеются листы с прикреплённой ниткой в двух местах. Длина нити во всех случаях одинакова. Правда, на всех моделях расстояние между концами разное. Натяните нитку карандашом и, двигая им, нарисуйте линию. Что получилось?

Полученные фигуры имеют общее название- эллипс.

Давайте, сравним ваши эллипсы. Попробуйте сделать ***вывод:***

1) *Чем дальше точки крепления нити, тем эллипс более вытянут.*

2) Догадайтесь, что будет, если эти точки совпадут? (*окружность)*

Точки крепления нитей называются **фокусами** эллипса. Значит, можно сделать ещё один вывод, какой?

3) *Окружность - частный случай эллипса.* (Слайд 19)

Сформулируем главное свойство эллипса:

4) Сумма расстояний от любой точки эллипса до фокусов постоянна (ведь длина нити не изменялась**).**

б) у фокусов тоже есть удивительное свойство: если зеркало выполнить в форме эллипса и в одном из фокусов поместить источник света, то при вспышке, во втором из фокусов появится свет. (Слайд 20)

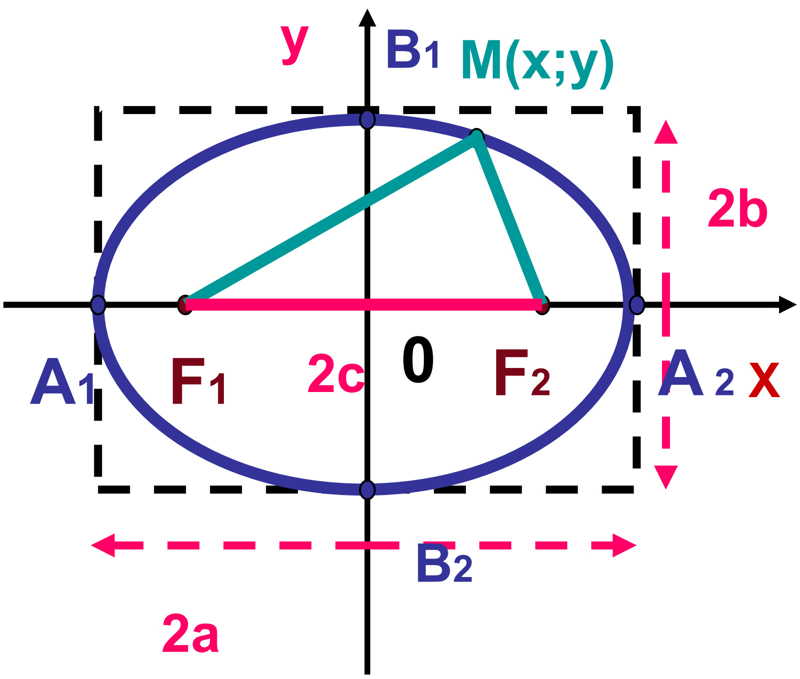
в) орбиты планет Солнечной системы тоже имеют форму эллипса. (Слайд 21)

Промежуточная рефлексия.

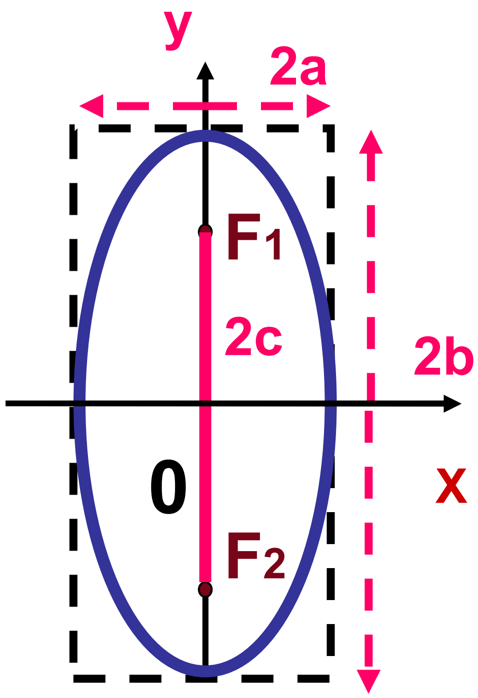
1. Дадим определение эллипса, выясним его свойства и каноническое уравнение.

Эллипсом называется геометрическое место точек, сумма расстояний которых до данных, называемых фокусами, величина постоянная. (Слайд 22)

а) Случай 1. Фокусы на оси ОХ.



б) Случай 2 Фокусы на оси ОУ (Слайд 23)



2.Каноническое уравнение эллипса (Слайд 24)

а) Случай 1

a - большая полуось эллипса

b- малая полуось эллипса

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad a^2=b^2+c^2$$

б) Случай 2

b- большая полуось эллипса

a - малая полуось эллипса

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad b^2=a^2+c^2$$

3.Свойства эллипса (Слайд 25)

1) Симметрия эллипса:
   a) оси координат являются осями симметрии;
   b) ось, на которой лежат фокусы эллипса, называется фокальной осью;
   c) точка пересечения осей симметрии – центр эллипса (начало координат).
2) Точки пересечения с осями симметрии:
   а) точки пересечения с осями симметрии называются его вершинами. Вершины имеют координаты: A1(a,0),A2(-a,0), B1(0,b), B2(0,-b);
3) Форма эллипса:
   а) эллипс расположен внутри прямоугольника со сторонами 2a и 2b;
   b) Число $\varepsilon=\frac{c}{a}$ или $\varepsilon=\frac{c}{b}$ называется эксцентриситетом
   с) если ε мал, то эллипс близок к окружности, если ε близок к 1, то эллипс вытянут. (для окружности ε =0);

$$0 \le \varepsilon < 1$$

7. Этап первичного закрепления с проговариванием во внешней речи.

1). *Повторение изученного материала (фронтально)*

Вопросы:

1) Какая теорема помогает вывести уравнение окружности? (Пифагора)
2) Окружность и эллипс функции? (нет)
3) Почему? (одному значению х соответствуют два значения у)
4) К какому множеству относятся эти линии? (кривые 2-го порядка)
5) Почему …второго порядка? (х и у входят в уравнение во второй степени)
6) Как называется ось, на которой лежат фокусы эллипса? (фокальной)
7) Дайте определение эллипса своими словами

2). *Решение задачи*: (комментарии преподавателя) (Слайд 26)

1) Найти координаты фокусов, длины осей и эксцентриситет эллипса, заданного уравнением

$$2x^2 + y^2 = 32$$

Решение:

Приведем уравнение к каноническому виду.
Для этого разделим все его члены на 32: $\frac{2x^2}{32} + \frac{y^2}{32} = \frac{32}{32}$; $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{32} = 1$

$a^2 = 16$ $b^2 = 32$ $b^2 - a^2 = c^2$ $c^2 = 16; c = 4$ $F_1(0;4); F_2(0;-4)$

$$\varepsilon = \frac{c}{b} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = 0,705$$

Ответ: a = 4; $b = 4\sqrt{2}$ $F_1(0;4); F_2(0;-4)$ $\varepsilon = 0,705$

8. Этап самостоятельной работы с самопроверкой по эталону.

<u>*3 групповое задание*</u>.

2. Исследовательская работа №2 (Решение в тетради, ответы заносятся в таблицу)

Задание: Определить длины осей, найти координаты фокусов и эксцентриситет эллипса, записать уравнение эллипса.

1. На какой оси находится фокальная ось?
2. Какой буквой обозначается большая полуось эллипса?
3. Измерьте и запишите в таблицу
4. Какой буквой обозначается малая полуось эллипса?
5. Измерьте и запишите в таблицу
6. По какой формуле определяется параметр с?
7. Запишите координаты фокусов F_1 *и* F_2
8. Вычислите эксцентриситет эллипса.
9. Запишите каноническое уравнение эллипса.

Вывод исследовательской работы: *если ε близок к 1, то эллипс вытянут, если ε мал, то эллипс близок к окружности (для окружности ε =0).* (Слайд 27)

9. **Этап включения в систему знаний и повторения**

Итак, окружность и эллипс не являются функциями, а относятся к кривым второго порядка, почему? (две переменные второго порядка связаны уравнением). К этому множеству относятся и парабола, и гипербола. О них мы будем говорить на следующих уроках, и вам станет понятно, почему они тоже являются кривыми второго порядка.

Практическая работа.

Циклоиду, кардиоиду и гипоциклоиду вы получите, выполняя самостоятельно практическую работу.

1-й рабочий стол. (Слайды 28,29,30)

Кружок с точкой на краю прокатить по прямой линии без скольжения. Нарисуйте линию, которую опишет точка. Эта прекрасная линия называется ***циклоида*** (показ слайда с комментариями задачи Бернулли)

2-й рабочий стол. (Слайды 31,32)

Имеются два кружка одинакового диаметра. Кружок с точкой прокатить по внешней стороне закрепленного на листке бумаги второго кружка без скольжения. Нарисуйте линию, которую опишет точка. Название этой чудесной линии – ***кардиоида***. Это название она получила из- за сходства с сердцем. Греческое слово «кардио» означает «сердце» (показ слайдов)

3-й рабочий стол. (Слайд 33)

Кружок радиусом 4 см с отмеченной точкой на краю прокатить по внутренней части окружности радиусом 12 см без скольжения. Линию, которую опишет точка, отметьте маркером. Полученная кривая линия носит название – ***гипоциклоида*** (показ слайда).

10. **Этап рефлексии учебной деятельности.**

Давайте вспомним *замечательные* кривые второго порядка, о которых вы сегодня узнали. Это окружность, эллипс, циклоида, кардиоида и гипоциклоида. Что вы скажите на то, что я применила к ним эпитет - замечательные? У кого есть другие варианты?

Вспомните, какие цели вы ставили перед собой? Вы их достигли?

Задание на дом.

1) самостоятельно получить гипоциклоиды с кружками радиусом 2 см, 3 см и 6 см.

2) Творческое задание: Задача Бернулли: Чтобы металлический шарик скатился по гладкому желобу из т.А в т.В под действием собственного веса за кратчайшее время, желоб должен быть выгнут в форме циклоиды.

Дать объяснение с применением законов физики.

Литература

В.Т.Лисичкин, И.Л. Соловейчик, Математика. Москва «Высшая школа», 1991

И.Ф.Шарыгин, Л.Н. Ерганжиева, Наглядная геометрия 5-6кл. Москва «Дрофа»,2000

А.Ш.Алимов, Ю.М.Колягин, Алгебра и начала математического анализа 10-11 кл. Москва «Провещение», 2007.

А.Г.Мордкович, Алгебра и начала анализа 10-11 классы. Москва, «Мнемозина», 2001.

Л.С. Атанасян, Геометрия 10-11 кл. Москва, «Просвещение», 1992.